Çarpanlar ve katlar

Pozitif tam sayıların çarpanlarını bul, asal çarpanlarına ayırarak üslü biçimde yaz. EBOB ve EKOK'u hesapla, problemlerde hangisinin gerektiğine karar ver.

EBOB · EKOK = a · b
iki sayı için

KAZANIMLAR

M.8.1.1.1 Pozitif tam sayıların çarpanlarını bulur, asal çarpanların üslü ifadelerin çarpımı biçiminde yazar.

M.8.1.1.2 İki doğal sayının EBOB ve EKOK'unu hesaplar, ilgili problemleri çözer.

M.8.1.1.3 İki doğal sayının aralarında asal olup olmadığını belirler.

1 Pozitif çarpanlar

Bir sayıyı kalansız bölen pozitif tam sayılar onun **çarpanlarıdır**. Çarpanları **çiftler hâlinde** aramak hiçbirini atlamamayı sağlar.

ÖRNEK

36 = 1·36 = 2·18 = 3·12 = 4·9 = 6·6 → çarpanlar: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 (**9 çarpan**)

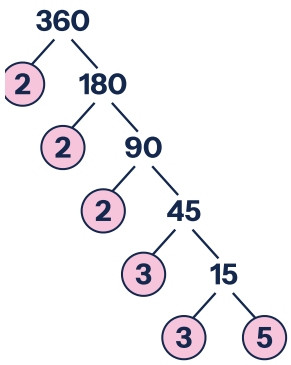
Çarpan	1	2	3	4	6
Eşi	36	18	12	9	6

2 Asal çarpanlara ayırma

Sayıyı en küçük asal sayıdan başlayarak böl; bölümler 1 olana kadar devam et. Aynı asal çarpanları **üslü** yaz.

ÖRNEK

360 = 2·2·2·3·3·5 = $\mathbf{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5}$



3 EBOB ve EKOK

- **EBOB** (en büyük ortak bölen): ortak asal çarpanların **en küçük** üslüleri çarpılır.
- **EKOK** (en küçük ortak kat): tüm asal çarpanların **en büyük** üslüleri çarpılır.

ÖRNEK

24 = $2^3 \cdot 3$, 36 = $2^2 \cdot 3^2$ → EBOB = $2^2 \cdot 3$ = **12**, EKOK = $2^3 \cdot 3^2$ = **72**

Kontrol: 12·72 = 864 = 24·36

KENDİNİ DENE *cevaplar ters yazılı*

48'in asal çarpanları?

EBOB(18, 30) = ?

EKOK(8, 12) = ?

Cevaplar: $2^4 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 24$

4 EBOB problemi: eşit ve en büyük parçalar

Bir bütünü **artmayacak şekilde eşit ve en büyük** parçalara ayırmak EBOB ile çözülür.

ÖRNEK

84 m ve 126 m uzunluğundaki iki kumaş, hiç artmayacak şekilde eşit ve en uzun parçalara kesilecek. EBOB(84, 126) = **42 m**; parça sayısı 2 + 3 = **5**.

5 EKOK problemi: birlikte tekrar

Farklı aralıklarla tekrar eden olayların **ilk kez yeniden birlikte** olacağı an EKOK ile bulunur.

ÖRNEK

İki otobüs 12 ve 18 dakikada bir kalkıyor. Saat 08.00'de birlikte kalktılarsa EKOK(12, 18) = 36 → ilk kez yine birlikte **08.36**'da kalkarlar.

6 Aralarında asal sayılar

EBOB'u 1 olan iki sayı **aralarında asaldır**. Bu sayıların kendilerinin asal olması gerekmez.

- 8 ve 15 aralarında asaldır ($8 = 2^3$, $15 = 3 \cdot 5$).
- Ardışık iki doğal sayı her zaman aralarında asaldır.
- Aralarında asal iki sayının EKOK'u çarpımlarına eşittir: EKOK(8, 15) = 120.

7 Problem çözme adımları

Bir sınıftaki öğrenciler 6'şarlı ve 8'erli gruplara ayrıldığında her seferinde 2 öğrenci artıyor. Sınıf mevcudu 40 ile 60 arasındaysa **sınıfta kaç öğrenci vardır?**

1 · Anla	Öğrenci sayısının 2 eksiği hem 6'nın hem 8'in katıdır.
2 · Planla	EKOK(6, 8) = 24 → sayı 24'ün bir katının 2 fazlası: 26, 50, 74, …
3 · Çöz	40 ile 60 arasında yalnızca **50** var.
4 · Kontrol et	$50 = 6 \cdot 8 + 2 = 8 \cdot 6 + 2$ ✓

MİNİ SÖZLÜK

Asal çarpan: asal olan çarpan

EBOB: en büyük ortak bölen

EKOK: en küçük ortak kat

Aralarında asal: EBOB'u 1 olan sayılar

DİKKAT · SIK YAPILAN HATALAR

① 1 asal sayı değildir. ② EBOB küçük sayıdan büyük, EKOK büyük sayıdan küçük olamaz. ③ Eşit parçalara ayırma çoğunlukla EBOB, birlikte tekrar çoğunlukla EKOK sorusudur; problemi dikkatle oku. ④ Aralarında asal sayıların asal olması gerekmez: 8 ve 15.